Вопросы к зачету по предмету "Теоретическая кибернетика".

Если не оговорено противного, то в вопрос входят как формулировки утверждений, так и их доказательства (доказательства не обязательно знать только тем, кто сдает зачет по упрощенной схеме – список счастливчиков будет обнародован 30 апреля).

1. Примеры задач оптимального управления. Особенности задач управления, отличающие их среди прочих экстремальных. Задача Ляпунова без ограничений (кусочно-непрерывные управления, измеримые управления). Необходимое и достаточное условие оптимальности.

2. Абстрактная задача оптимизации с ограничениями. Допустимые множители Лагранжа и лагранжиан. Оптимальность лагранжиана в допустимой точке при $\lambda_0 > 0$ как достаточное условие оптимальности в исходной задаче.

3. Свойство Куна-Таккера и его геометрический смысл. Примеры гладких задач без свойства Куна-Таккера. Свойство Куна-Таккера в задачах с выпуклым "надграфиком".

4. Теорема Дайнса и свойство Куна-Таккера для задач с квадратичными функционалами.

5. Теорема Ляпунова о векторной мере.

6. Эффект Ляпунова. Необходимое условие оптимальности в задаче Ляпунова с ограничениями. Принцип максимума Понтрягина в простейшем случае: фиксированное время, линейная система с линейными граничными условиями и функционал не зависит от состояния (см. домашнее задание на применение эффекта Ляпунова).

7. Дифференцирование отображений со значениями в нормированных пространствах (производные по направлению, Гато, Фреше). Теорема о промежуточном значении. Равносильность C^1-гладкости по Фреше и Гато (без доказательства).

8. Теорема Люстерника (доказательство – только для дополняемого ядра, см. домашние задания).

9. Гладкие задачи оптимизации. Необходимое условие оптимальности (правило множителей Лагранжа). Достаточность при $\lambda_0 > 0$ и выпуклом лагранжиане.

10. Лемма Дюбуа-Реймона и ее обобщение для производных высших порядков (см. домашние задания).

11. Вторая производная Фреше. Необходимые условий второго порядка в гладкой задаче с равенствами (без доказательства). Достаточные условия локального минимума (без доказательства).

12. Задача управления системой обыкновенных дифференциальных уравнений с интегральными ограничениями. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства).

13. Принцип максимума Понтрягина для линейной задачи быстродействия с выпуклым целевым множеством (возможно, с негладкой границей): геометрический смысл.

14. Решение задачи быстродействия с помощью принципа максимума: уравнения $\ddot{y} = u$, $\ddot{y} + y = u$ с различными граничными условиями (точка, круг, прямая) – см. занятия и домашние задания.

15. Признак существования решений в задаче оптимального управления с компактным ограничивающим множеством (доказательство – только для фиксированного времени).

16. Уравнение Гамильтона-Якоби-Беллмана как достаточное условие существования регулятора в задаче оптимального управления.

17. Нестационарная линейно-квадратичная задача на конечном интервале времени. Уравнение Риккати как частный случай уравнения ГЯБ. Некоторые приемы решения уравнения Риккати в специальных случаях.

18. Теорема о необходимых и достаточных условиях тотальной разрешимости линейно-квадратичной задачи (доказательство эквивалентности всех пунктов, кроме разрешимости задачи при фиксированном начальном времени).

19. Стационарная линейно-квадратичная задача. Частотная теорема (см. домашние задания, без доказательства).

20. Синтез регулятора в стационарной линейно-квадратичной задаче (см. домашние задания, без доказательства).

21. Достаточные условие оптимальности в задачах вариационного исчисления ("усиленное условие Якоби").